

变荷载作用下碎石桩复合地基固结简化分析

王 双¹, 王 睿¹, 杨 彪¹, 陈征宙²

(1. 中国民航机场建设集团公司 西南分公司, 四川 成都 610212; 2. 南京大学 地球科学与工程学院, 江苏 南京 210093)

摘 要: 用碎石桩对软弱土进行地基处理是一种常用的地基处理方法, 桩间土的固结问题是碎石桩复合地基中非常关注的问题, 该问题在不同假设条件下的研究也取得了大量成果。在考虑桩土模量比(即应力状态稳定时的桩土应力比)及碎石桩面积置换率影响的前提下, 基于等应变假设, 将任意变荷载转化为傅里叶级数, 从而推导出了变荷载作用下碎石桩桩间土固结解析解, 给出了任意时刻桩土承担的应力变化关系, 对现有理论进行了合理的修正。通过算例与现有理论对比分析表明, 本算法合理可行, 当碎石桩面积置换率及桩土模量比比较大时应该考虑其对固结的影响。此外, 根据上述理论对 Carrillo 假设进行了分析, 证明竖向和径向固结分别独立考虑的假设并不精确, 但得出的总体规律与实际较为接近。

关 键 词: 碎石桩复合地基; 桩土应力比; 变荷载; 固结; 傅里叶级数

中图分类号: TU 473

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598(2015)01-0034-07

Simplified analysis for consolidation of stone columns reinforced foundation under general time-dependent loading

WANG Shuang¹, WANG Rui¹, YANG Biao¹, CHEN Zheng-zhou²

(1. Southwest Branch of China Airport Construction Group Corporation of CAAC, Chengdu, Sichuan 610212, China;

2. School of Earth Sciences and Engineering, Nanjing University, Nanjing, Jiangsu 210093, China)

Abstract: Stone column is one of the most commonly used techniques for soft soil improvement in practical engineering projects. The consolidation of the soil between piles is one of the most concerned problems. Studies on the problem under different conditions have been made great progresses. In this paper, the effects of column-soil modular ratio (equivalent to steady state stone column-soil stress concentration ratio) and area replacement ratio of stone column are considered. An equal strain assumption is assumed. As well as a general time-dependent loading is transformed into Fourier series to deduce the analytical solution of consolidation. The stress applied to column and soil at any time is gained respectively. The model gives reasonable modifications to existing theories. Comparisons with other methods demonstrate that the proposed solution is reasonable and accurate. The influence of area replacement ratio and column-soil modular ratio on the soil consolidation should be considered when their values are fairly large. Furthermore, this paper also analyzes the Carrillo hypothesis that vertical and radial consolidation can be considered independently. The result shows that the hypothesis is not accurate although the general trend holds true.

Key words: stone column reinforced foundation; column-soil stress concentration ratio; time-dependent loading; consolidation; Fourier series

1 引 言

碎石桩自 20 世纪 70 年代用于处理砂土及软弱土地基以来, 已经在世界各国得到广泛的推广和应用。碎石桩渗透系数大, 成为桩间土的排水通道, 使得超孔隙水压力能快速消散, 利于加速排水固结, 减小工后沉降及不均匀沉降。

对于碎石桩处理后的桩间土排水固结, 已有较多的理论解析解。Barron^[1]分别基于理想井和考虑井阻及涂抹效应推导了砂井固结排水理论解, 为解决碎石桩复合地基固结排水的基础理论; Hansbo^[2]对 Barron 理论进行了修正, 并提出了一个简单的计算固结度的公式; 谢康和等^[3]考虑了涂抹区压缩性及桩土应变随深度变化因素, 修正了

Barron 理论及 Hansbo 理论的不足; 韩杰等^[4]基于等应变及桩土平均超孔压成比例假设下, 得到了考虑桩土模量差别的桩间土固结度近似解; Han 等^[5]详细阐述了理想井下桩土模量差别对超孔隙水压力及固结度的影响, 并给出了对应解析解; 邢皓枫等^[6-7]给出了一种简便的碎石桩复合地基简化分析理论。此外, 邹新军^[8]、许波^[9]、张福海^[10]等根据工程实际中遇到的具体情况对砂井固结理论进行了适当的修正。

上述结果都是在假设超载瞬时施加且保持不变(或假定为某一特殊形式)的前提下推导的, 然而工程上超载通常都很复杂且是不断变化的, 因而推导任意超载下的固结理论解显得非常重要。Enrico 等^[11-12]在齐次初始条件及超载可转化为傅里叶级数前提下, 分别推导了竖向一维固结、理想井固结、考虑井阻及涂抹效应下的砂井固结解析解。然而这些结果都未考虑桩土模量差别的影响, 且都直接引用 Barron 理论结果, 未考虑其部分假设的不合理性。事实上, 桩土因其模量差别, 应力分配并不均匀, 对于刚性基础更是如此, 因此, 我国规范中对于碎石桩复合地基承载力计算及抗滑稳定性计算时都建议考虑桩土应力分配的影响^[13]。对于碎石桩复合地基的固结分析, 数值计算及理论分析均证明, 刚性基础下桩土模量比越大, 桩间土固结速度越快^[5, 14]。

本文正是基于上述已有成果不足, 在考虑桩土模量差别、均布超载随时间变化前提下, 推导了桩间土超孔隙水压力、固结度解析解, 给出了固结过程中桩土应力转化定量关系, 使得计算结果更符合工程实际。

2 计算模型

碎石桩复合地基受上覆无限均布压力, 且不考虑井阻和涂抹效应时, 可取如图 1 所示的单桩复合地基模型进行考虑。图中 r_c 为碎石桩半径, r_e 、 d_e 分别为单桩影响范围半径及直径, H 为桩长, m_{vc} 、 m_{vs} 分别为桩及桩间土的体积压缩系数, p 为随时间变化的无限均布荷载, k_r 、 k_v 分别为桩间土径向和竖向方向的渗透系数。

本模型的基本假设为: 桩体完全透水, 不存在超孔隙水压力; 桩间土完全饱和, 且水体及土颗粒不可压缩, 水体渗流符合达西定律; 桩及土体只发生竖向变形, 且任意深度两者变形相同; 竖向荷载为随时间变化的均布荷载。

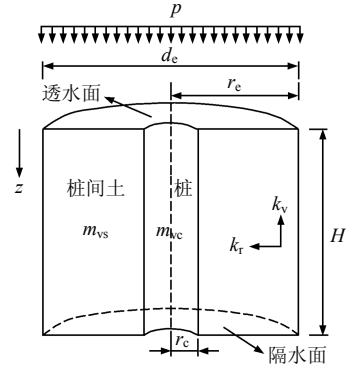


图 1 计算模型示意图

Fig.1 Schematic diagram of calculation model

3 固结方程及求解

3.1 固结方程的推导

任意时刻, 复合地基上覆施加压力由桩体和桩间土共同承担, 即

$$\bar{\sigma}_s A_s + \bar{\sigma}_c A_c = pA \quad (1)$$

式中: $\bar{\sigma}_s$ 、 $\bar{\sigma}_c$ 分别为桩间土和桩体上承受的平均总应力; A_s 、 A_c 、 A 分别为桩间土、桩体及单桩复合地基横截面积, 并有 $A_s + A_c = A$ 。假设在整个面积区域桩土应变协调, 对于一维问题, 有

$$\frac{\partial e_s}{1 + e_s} = \frac{\partial e_c}{1 + e_c} \quad (2)$$

式中: e_s 、 e_c 分别为桩间土和桩体的孔隙比。由压缩系数的定义, 有

$$\left. \begin{aligned} a_{vs} &= -\frac{\partial e_s}{\bar{\sigma}'_s} = m_{vs}(1 + e_s) \\ a_{vc} &= -\frac{\partial e_c}{\bar{\sigma}'_c} = m_{vc}(1 + e_c) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中: a_{vs} 、 a_{vc} 分别为桩间土及桩体的压缩系数; $\bar{\sigma}'_s$ 和 $\bar{\sigma}'_c$ 分别为桩间土和桩体的平均有效应力。由式 (1) ~ (3) 有

$$\frac{\partial \bar{\sigma}'_s}{\partial t} = \frac{m_{vc}}{m_{vs}} \frac{\partial \bar{\sigma}'_c}{\partial t} = \frac{m_{vc}}{m_{vs}} \partial \left(\frac{pA - \bar{\sigma}_s A_s}{A_c} \right) / \partial t \quad (4)$$

由有效应力原理 $\bar{\sigma}'_s + \bar{u} = \bar{\sigma}_s$, $\bar{u}$ 为超孔隙水压力平均值, 式 (4) 即转化为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\sigma}'_s}{\partial t} &= \frac{m_{vc}}{m_{vs}} \left(\frac{A}{A_c} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{A_s}{A_c} \frac{\partial \bar{\sigma}_s}{\partial t} \right) = \\ &= \frac{m_{vc}}{m_{vs}} \left(\frac{A}{A_c} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{A_s}{A_c} \frac{\partial \bar{\sigma}'_s + \partial \bar{u}}{\partial t} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

即

$$\frac{\partial \bar{\sigma}'_s}{\partial t} = \frac{m_{vc}}{A_s m_{vc} + A_c m_{vs}} \left(A \frac{\partial p}{\partial t} - A_s \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \right) \quad (6)$$

由式(5)、(6)有, 长度为 dz 的圆柱体内桩间土孔隙体积变化量为

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} &= 2\pi r dr dz \frac{\partial e_s}{(1+e_s)\partial t} = \frac{-a_{vs}\partial \bar{\sigma}'_s}{(1+e_s)\partial t} \cdot 2\pi r dr dz = \\ &-m_{vs} \frac{m_{vc}}{A_s m_{vc} + A_c m_{vs}} \left(A \frac{\partial p}{\partial t} - A_s \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} \right) \cdot 2\pi r dr dz = \\ &\frac{m_{vs} m_{vc} (1-\alpha)}{(1-\alpha)m_{vc} + \alpha m_{vs}} \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \frac{\partial p/(1-\alpha)}{\partial t} \right] \cdot 2\pi r dr dz \end{aligned} \quad (7)$$

此柱体单元桩间土排出的水流量可表示为

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = - \left[\frac{k_r}{\gamma_w} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right) + \frac{k_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \cdot 2\pi r dr dz \quad (8)$$

式中: γ_w 为水的重度。由于土体颗粒不可压缩, 土体孔隙体积变化量等于排出的水量, 由式(7)、(8)有

$$\begin{aligned} \frac{k_r}{\gamma_w} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right) + \frac{k_v}{\gamma_w} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \\ \frac{m_{vs} m_{vc} (1-\alpha)}{(1-\alpha)m_{vc} + \alpha m_{vs}} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \frac{\partial p}{(1-\alpha)\partial t} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

式中: $\alpha = A_c/A$, 为桩体的面积置换率。将式(9)重新改写, 可简化为

$$c'_r \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right) + c'_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} - \frac{\partial p'}{\partial t} \quad (10)$$

其中:

$$\begin{aligned} c'_r &= \frac{k_r}{\gamma_w} \frac{(1-\alpha)m_{vc} + \alpha m_{vs}}{m_{vs} m_{vc} (1-\alpha)} = c_r \left(1 + \frac{n}{N^2 - 1} \right) \\ c'_v &= \frac{k_v}{\gamma_w} \frac{(1-\alpha)m_{vc} + \alpha m_{vs}}{m_{vs} m_{vc} (1-\alpha)} = c_v \left(1 + \frac{n}{N^2 - 1} \right) \\ p' &= \frac{p}{1-\alpha} = \frac{N^2}{N^2 - 1} p \end{aligned} \quad (11)$$

式中: $n = m_{cs}/m_{vc}$ 为桩土压缩模量比, 由式(4)可推导出其也为固结稳定时的桩土应力比^[5]; $N = r_e/r_c$; c_r 、 c_v 分别为土体径向和竖向固结系数; c'_r 、 c'_v 分别为修正后的径向、竖向固结系数。显然, 式(10)即为考虑桩土模量差别及超载随时间变化下的固结微分方程。

由上述推导的固结微分方程可知, 当 $n=0$, 即桩体不承受应力时, 修正后的固结系数与修正前一致。对于超载, 因桩体超孔压瞬时消散, 式(1)可改写为 $(\bar{\sigma}'_s + \bar{u})A_s + \bar{\sigma}'_c A_c = pA$, 加荷瞬时土体及桩体有效应力皆为0, 全部超载都由水体承担, 因而

可得 $u|_{t=0} = p(0)N^2/(N^2 - 1)$, 这也与本模型相符, 因此, 加载初始时刻超孔压应为 $p'(0)$ 。对于 Barron 解, 其作了桩体(砂井)尺寸很小(N 趋于无穷大, 面积置换率趋于0)、超载修正忽略不计的假设, 因而初始时刻超孔压为 $p(0)$, 此假设对于黏土碎石桩地基处理(N 值一般不大于3^[15])通常是不成立的。

3.2 固结方程的求解

桩间土竖向和径向渗流可分别独立进行考虑^[16], 对于图1所示的上部透水、下部隔水的模型, 式(10)可分解为如下两个问题:

$$\left. \begin{aligned} c'_r \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} \right) &= \frac{\partial \bar{u}_r}{\partial t} - \frac{\partial p'}{\partial t} \\ u_r|_{r=r_c} &= 0 \\ \frac{\partial u_r}{\partial r}|_{r=r_e} &= 0 \\ u_r|_{t=0} &= p'(0), r_c \leq r \leq r_e \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} c'_v \frac{\partial^2 u_v}{\partial z^2} &= \frac{\partial \bar{u}_v}{\partial t} - \frac{\partial p'}{\partial t} \\ u_v|_{z=0} &= 0 \\ \frac{\partial u_v}{\partial z}|_{z=H} &= 0 \\ u_v|_{t=0} &= p'(0), 0 \leq z \leq H \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

对于式(12)的径向超孔压方程, 当初始时刻超孔隙水压力大于0, 即 $p'(0) > 0$ 时, 可将超载看作恒定荷载 $p'(0)$ 与 $p'' = p'(t) - p'(0)$ 的叠加, 则其可转化为如下两个方程:

$$\left. \begin{aligned} c'_r \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r^I}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_r^I}{\partial r^2} \right) &= \frac{\partial \bar{u}_r^I}{\partial t} - \frac{\partial p''}{\partial t} \\ u_r^I|_{r=r_c} &= 0 \\ \frac{\partial u_r^I}{\partial r}|_{r=r_e} &= 0 \\ u_r^I|_{t=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} c'_r \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_r^{II}}{\partial r} + \frac{\partial^2 u_r^{II}}{\partial r^2} \right) &= \frac{\partial \bar{u}_r^{II}}{\partial t} \\ u_r^{II}|_{r=r_c} &= 0 \\ \frac{\partial u_r^{II}}{\partial r}|_{r=r_e} &= 0 \\ u_r^{II}|_{t=0} &= p'(0) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式(15)中 u_r^{II} 即为 Barron 解。为了求解 u_r^I , 可假设 $p''(t) = A_k \cos(\omega_k t) + B_k \sin(\omega_k t)$, 根据 Duhamel 定理可得其解为^[12]

$$\left. \begin{aligned} u_r^k(r, t) &= X_r^k(r) Y_r^k(t) \\ X_r^k(r) &= \frac{F_1}{r_e^2 F_0} \\ Y_r^k(t) &= \frac{\omega_k}{b_r^2 + \omega_k^2} \{ (A_k \omega_k + B_k b_r) [\cos(\omega_k t) - e^{-b_r t}] + (B_k \omega_k - A_k b_r) \sin(\omega_k t) \} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} F_0 &= \frac{N^2}{N^2 - 1} \ln N - \frac{3N^2 - 1}{4N^2} \\ b_r &= \frac{2c'_r}{r_e^2 F_0} \\ F_1 &= r_e^2 \ln \frac{r}{r_c} - \frac{r^2 - r_c^2}{2} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

因超载通常连续且收敛, 因此, 超载 $p''(t)$ 可按式展开为傅里叶级数:

$$\left. \begin{aligned} p''(t) &= A_0/2 + \sum_{k=1}^{\infty} [A_k \cos(\omega_k t) + B_k \sin(\omega_k t)] \\ A_k &= \frac{2}{T} \int_0^T p''(t) \cos(\omega_k t) dt \\ B_k &= \frac{2}{T} \int_0^T p''(t) \sin(\omega_k t) dt \\ \omega_k &= 2k\pi/T, k=1, 2, \dots, \infty \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式中: T 为 $p''(t)$ 的周期, 实际计算时, T 取比实际计算时长稍大一点的时长, k 需根据 $p''(t)$ 的收敛性来确定计算项数以保证精度, 因超载通常是连续收敛的, 因而计算项数并不需要很大的值。超载通常都是多个线性函数叠加结果, 因而 A_k 和 B_k 都存在解析解 (计算过程详见文献[2-3], 此处不予赘述), 计算简便。注意到 $\omega_k = 0$ 时 $u_k(r, t) = 0$, 因而 A_0 项对超孔压无影响。根据偏微分方程的叠加原理可知, 任意时刻 u_r^1 为

$$u_r^1 = \sum_{k=1}^{\infty} u_r^k(r, t) = X_r^k(r) \sum_{k=1}^{\infty} Y_r^k(t) \quad (19)$$

将上式与 Barron 解叠加, 则可得

$$u_r = X_r^k(r) \left[\sum_{k=1}^{\infty} Y_r^k(t) + p'(0) e^{-b_r t} \right] \quad (20)$$

上式即为考虑桩土应力分配和荷载随时间变化条件下的桩间土径向超孔压解析解。对于竖向超孔压, 按前述同样的方式可分解为

$$\left. \begin{aligned} c'_v \frac{\partial^2 u_v^1}{\partial z^2} &= \frac{\partial \bar{u}_v^1}{\partial t} - \frac{\partial p''}{\partial t} \\ u_v^1|_{z=0} &= 0 \\ \frac{\partial u_v^1}{\partial z}|_{z=H} &= 0 \\ u_v^1|_{t=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$$\left. \begin{aligned} c'_v \frac{\partial^2 u_v^{\text{II}}}{\partial z^2} &= \frac{\partial \bar{u}_v^{\text{II}}}{\partial t} \\ u_v^{\text{II}}|_{z=0} &= 0 \\ \frac{\partial u_v^{\text{II}}}{\partial z}|_{z=H} &= 0 \\ u_v^{\text{II}}|_{t=0} &= p'(0) \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

式中: u_v^{II} 即为太沙基一维固结解。对于 u_v^1 , 按照前述同样的解法可解得^[11]

$$\left. \begin{aligned} u_v^1(z, t) &= \sum_{m=0}^{\infty} [X_v^k(z) Y_v^k(t)] \\ X_v^k(z) &= \frac{2}{M} \sin \frac{Mz}{H}, b_v = \frac{M^2 c'_v}{H^2} \\ Y_v^k(t) &= \frac{\omega_k}{b_v^2 + \omega_k^2} [(A_k \omega_k + B_k b_v) (\cos \omega_k t - e^{-b_v t}) + (B_k \omega_k - A_k b_v) \sin \omega_k t] \\ u_v^1 &= \sum_{k=1}^{\infty} u_v^k(z, t) \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

式中: m 为整数; $M = (2m+1)\pi/2$, 因上式收敛速度通常较快, 因而计算项数通常并不需要很大。将上式与一维固结理论解叠加, 可得

$$u_v = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} X_v^k(z) Y_v^k(t) + p'(0) \sum_{m=0}^{\infty} X_v^k(z) e^{-b_v t} \quad (24)$$

此时, 任意时刻径向、竖向固结度平均值分别为

$$\left. \begin{aligned} U_r(t) &= \frac{p'(t) - \bar{u}_r(t)}{p'_u} \\ U_v(t) &= \frac{p'(t) - \bar{u}_v(t)}{p'_u} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

式中: p'_u 为最终状态的超载值; $\bar{u}_r(t)$ 、 $\bar{u}_v(t)$ 分别为对应时刻的径向和竖向平均超孔压值; U_r 、 U_v 分别为径向和竖向平均固结度。其中平均超孔压由下式计算:

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_r(t) &= \frac{\int_{r_c}^{r_e} 2\pi u_r r dr}{\pi(r_e^2 - r_c^2)} = \sum_{k=1}^{\infty} Y_r^k(t) + p'(0) e^{-b_r t} \\ \bar{u}_v(t) &= \frac{\int_0^H u_v dz}{H} = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} Y_v^k(t) + p'(0) \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M^2} e^{-b_v t} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Carrillo^[16]已证明, 碎石桩加固区桩间土的平均固结度可由下式计算:

$$U = 1 - (1 - U_r)(1 - U_v) \quad (27)$$

3.3 荷载转移

任意超载都是由桩体和土体共同承担的, 固结

过程中桩体承担的荷载变化规律可以反映桩体发挥的作用。加载初期, 超载都是由桩间土中水体承担, 此时桩土应力比 $n_t=0$; 随着超孔压的消散桩体承担荷载逐渐加大, 至最终固结稳定时两者应力之比即为稳定时的桩土应力比 n 。为了求得上述变量关系, 假设土体总体平均超孔压为 $\bar{u}$, 则由式 (25)、(27) 有

$$U = \frac{p' - \bar{u}}{p'_u} = 1 - \left(1 - \frac{p' - \bar{u}_r}{p'_u}\right) \left(1 - \frac{p' - \bar{u}_v}{p'_u}\right) \quad (28)$$

从而可得

$$\bar{u} = \frac{(p' - p'_u)(p' - \bar{u}_r - \bar{u}_v) + \bar{u}_r \bar{u}_v}{p'_u} \quad (29)$$

对式 (6) 积分, 并考虑初始条件 $\bar{\sigma}'_s|_{t=0} = 0$ 及 $\bar{u}|_{t=0} = p'(0)$ 有

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}'_s &= \frac{N^2 - 1}{N^2 - 1 + n} (p' - \bar{u}) \\ \bar{\sigma}'_c &= \bar{\sigma}'_c = \frac{(N^2 - 1)n}{N^2 - 1 + n} (p' - \bar{u}) \\ \bar{\sigma}'_s &= \frac{(N^2 - 1)p' + n\bar{u}}{N^2 - 1 + n} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

从而任意时刻的桩土应力比为

$$n_t = \frac{(N^2 - 1)(p' - \bar{u})n}{(N^2 - 1)p' + n\bar{u}} \quad (31)$$

从上述分析可知, 任意时刻超载消散值中, 桩体承担部分和渗流消散部分分别为 $A_c \bar{\sigma}'_c$ 和 $A_s \bar{\sigma}'_s$, 且两者之比恒为 $n/(N^2 - 1)$ 。由于 Barron 解假设 $n=0$, 因而超孔隙水压力消散后都转化为土体的有效应力, 桩体不承担荷载, 从而导致计算所得的固结速度偏慢。

4 算例分析

4.1 模型及基本参数

为了验证本文推导公式的正确性, 此处选取 Brinkgreve 等^[17]运用 Plaxis 有限元软件计算过, 且已被 Conte 等^[12]用解析解验证过的算例。此例中, 土体径向和竖向固结系数都为 $0.012 \text{ m}^2/\text{d}$, 桩体影响半径 $r_c=2 \text{ m}$, 桩长 $H=6 \text{ m}$, 同时考虑土体的径向和竖向 (单面) 排水。原文献中只考虑了径向排水, 桩体半径 $r_c=0.1 \text{ m}$, 在 $t=700 \text{ d}$ 后超载随时间增加而有所减小 (荷载 1)。当固结系数较大或桩体尺寸较大时, 则可能出现超孔隙水压力为负值情况, 因而本文对荷载历程函数做了一定修改 (荷载 2)。为了验证任意荷载作用情况, 将荷载 2 向上平移了

20 kPa 作为荷载 3。各超载具体加载历程见图 2 所示。

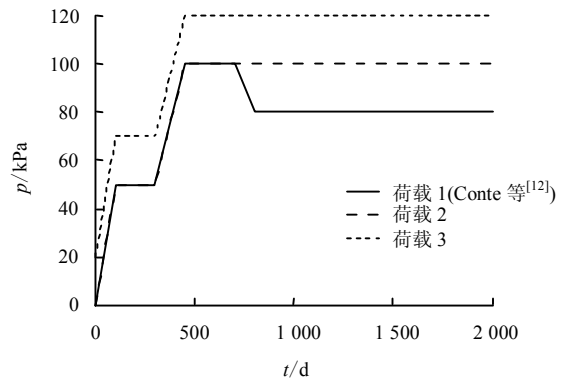


图 2 超载时间历程曲线

Fig.2 Variation of over-loading with time for analysis

4.2 径向超孔压

为了验证本模型的正确性, 首先选取 $r_c=0.1 \text{ m}$, 按照 3 种加载方式分别计算 $r=0.5r_c$ 处的超孔压变化曲线 ($n=0$), 如图 3(a) 所示。显然, 荷载 1 和荷载 2 在 $t=700 \text{ d}$ 之前超孔压几乎完全一致, 这是因为两者固结系数一样, p' 相对于 p 大约只增加了 1%, 超载值的修正可以忽略不计; 在 700 d 之后, 则两曲线分离, 与超载的变化趋势完全一致, 证明了本方法的正确性。而荷载 3 与荷载 2 作用相比, 其值稍大, 但变化趋势完全一致, 也与实际相符。

由式 (11) 可知, N 越小, 修正后的超载变化越大, 因对结果影响也越大。为了分析该因素对超孔压的影响大小, 图 3(b) 给出了在荷载 3 作用下及不同 r_c 值下平均超孔压变化曲线 ($n=0$)。显然, 本文算出的超孔压都更大, 且随着桩径的增加, 两者差距越大, 这是因为当桩体中无超孔压时所有的超载都由桩间土承担 ($n=0$), 桩径的增加导致桩间土承受的超载更大所致。

为了反映桩土应力比对超孔压的影响, 图 3(c) 给出了在荷载 3 作用下及不同桩土应力比下总体平均超孔压变化曲线 ($r_c=0.5 \text{ m}$)。由图可知, 超载作用初始一小段时间内本文算法较已有结果超孔压值略偏大; 而后本算法给出的超孔压都更小, 且随着 n 的增大而偏差变大。这是因为固结系数和超载修正后都变大, 初始阶段超载的修正对超孔压影响更大, 而后固结系数的修正起主导作用。本例计算结果显示, 初始阶段本算法超孔压增大值一般小于 5%, 之后超孔压减小值可达到 30% ($n=3$, 超孔压大于 10 kPa 范围内), 由此表明, 桩土应力比的影响不应忽略。

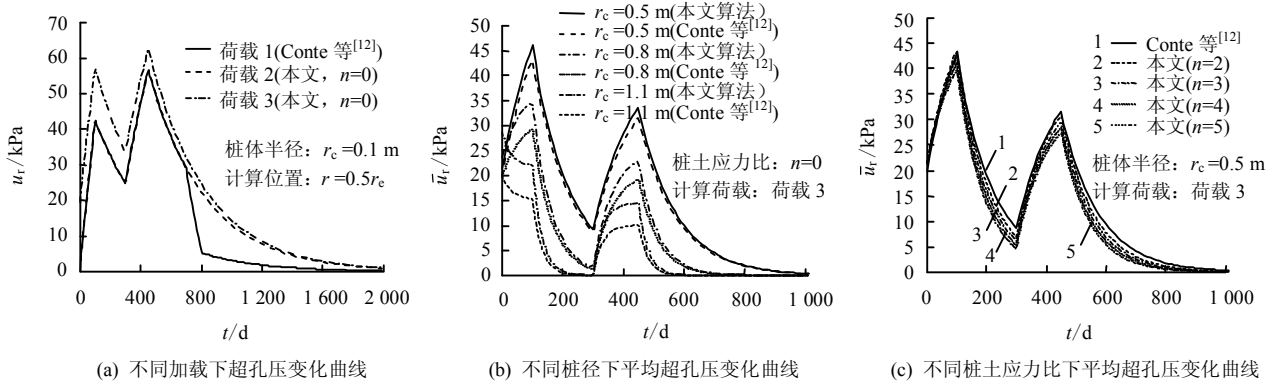


图3 径向超孔隙水压力计算结果

Fig.3 Results of excess pore water pressure with time at different radial distances

4.3 竖向超孔压

为了验证竖向渗流引起的超孔压变化, 图 4(a) 给出了不同荷载下两种理论解的计算结果(其中 $r_c = 0.5$ m)。由图可知, 各种加载模式下两种理论解变化规律一致, 体现出本算法的正确性。本算例中, 对于任意一种加载历程, 初始阶段本算法得到的超孔压值都相对较大, 但相对值都小于 8%; 随着时间增长, 本算法得到的超孔压值逐渐比已有理论计算值小, 两者相差可达到 25%, 表明桩土应力比的影响不应忽略。

4.4 荷载转换

为了探讨碎石桩复合地基固结过程的荷载承担转化关系, 以荷载 3 作为施加荷载, 假设 $r_c = 0.5$ m, $n=3$, 分别计算得到桩体有效应力、桩间土有效应力及总应力随时间变化曲线如图 4(b)所示。同时, 绘制出了本例桩土应力比随时间变化的函数关系如图 4(c)所示。计算结果表明, 初始阶段桩间土承担

的总应力大于桩体, 而两者初始时刻有效应力皆为 0; 随着时间推移桩体及桩间土有效应力逐渐增加, 且两者之比恒定为 n ; 桩间土总应力在荷载随时间增加阶段也是逐渐增加的, 而在荷载不变阶段则是随时间逐渐减小。

对于桩土总应力比, 理论上其值应随时间逐渐增加, 且不断逼近于稳定时的桩土应力比 n 。然而本算例中 n_t 出现略大于 n 的情况, 注意到出现异常的時刻为 $t = 300$ d, 此时出现了超载的突变, 按照式 (29) 计算得到的总体平均超孔压为负值, 这与实际是不相符的。因而按照式 (27) 来计算总体固结度, 即竖向和径向超孔压分别独立考虑是不够合理的, 这与 Tang 等^[18]得到的结论一致, 然而本算例得到的最终 n_t 是不不断逼近于 n , 这与理论及已有试验结果相符^[19], 因而上述算法进行理论分析所得结果可近似地应用于工程实际。

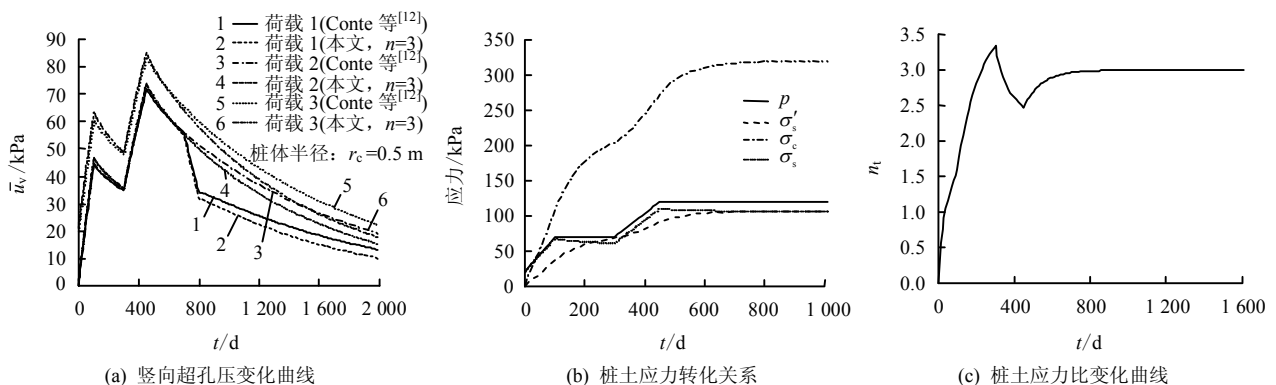


图4 竖向超孔隙水压力及桩土应力转化关系

Fig.4 Results of excess pore water pressure with time and stress transfer relationship of soils among stone columns

5 结 论

(1) 基于等应变假设, 在考虑桩土模量差别及碎石桩面积置换率前提下, 将任意变荷载转化为傅

里叶级数, 从而推导了加固区的固结方程及其解析解。本算法只需对固结系数及变荷载进行适当修正即与已有理论一致, 完善了现有固结理论。理论分析及算例验算表明, 固结系数的修正使得固结速度

较已有算法偏快,而荷载的修正使其相对偏慢。

(2) 基于 Carrillo 方法,推导了任意时刻桩土承担荷载转化关系及桩土应力比变化情况。算例分析表明,竖向和径向固结分别独立考虑(即 Carrillo 方法)并不合理,但总体规律较为接近,因而仍可作为实际情况的近似而使用。

参考文献

- [1] BARRON R A. Consolidation of fine-grained soils by drain wells[J]. **Geotechnique**, 1948, 31(1): 718—742.
- [2] HANSBO S. Consolidation of fine-grained soils by prefabricated drains[C]//Proceedings of the 10th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Stockholm: [s. n.], 1981: 677—682.
- [3] 谢康和, 曾国熙. 等应变条件下的砂井地基固结解析理论[J]. 岩土工程学报, 1989, 11(2): 3—10.
XIE Kang-he, ZENG Guo-xi. Consolidation theories for drains wells under equal strain condition[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1989, 11(2): 3—10.
- [4] 韩杰, 叶书麟. 考虑井阻和涂抹作用碎石桩复合地基固结度计算[C]//第三届全国地基处理学术讨论会论文集. 秦皇岛: [出版者不详], 1992: 351—358.
- [5] HAN JIE, YE SHULIN. Simplified method for consolidation rate of stone column reinforced foundations[J]. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, 2001, 127(7): 597—603.
- [6] 邢皓枫, 龚晓南, 杨晓军. 碎石桩复合地基固结简化分析[J]. 岩土工程学报, 2005, 27(5): 521—524.
XING Hao-feng, GONG Xiao-nan, YANG Xiao-jun. Simplified analysis for consolidation of gravel-pile composite foundation[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2005, 27(5): 521—524.
- [7] 邢皓枫, 龚晓南, 杨晓军. 碎石桩加固双层地基固结简化分析[J]. 岩土力学, 2006, 27(10): 1739—1742.
XING Hao-feng, GONG Xiao-nan, YANG Xiao-jun. Simplified analysis of consolidation of double-layered ground reinforced by gravel-piles[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2006, 27(10): 1739—1742.
- [8] 邹新军, 杨眉, 赵明华. 变荷载下考虑三维渗流的未打穿砂井地基固结分析[J]. 岩土力学, 2011, 32(增刊 2): 127—131.
ZOU Xin-jun, YANG Mei, ZHAO Ming-hua. Consolidation of ground with partially penetrated sand wells considering three-dimensional seepage under time-dependent loading[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2011, 32(Supp. 2): 127—131.
- [9] 许波, 雷国辉, 郑强, 等. 考虑涂抹区压缩及渗透系数变化的堆载预压固结解[J]. 岩土力学, 2014, 35(6): 1607—1616.
XU Bo, LEI Guo-hui, ZHENG Qiang, et al. Solution of consolidation by surcharge preloading considering compressibility and varying hydraulic conductivities in smear zone[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2014, 35(6): 1607—1616.
- [10] 张福海, 陈雷, 郭帅杰, 等. 底部抽真空预压法砂井地基固结解析解[J]. 岩土力学, 2014, 35(10): 2787—2793.
ZHANG Fu-hai, CHEN Lei, GUO Shuai-jie, et al. Analytical solution for consolidation of sand-drained foundation with bottom vacuum preloading method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2014, 35(10): 2787—2793.
- [11] ENRICO CONTE, TRONCONE ANTONELLO. One-dimensional consolidation under general time-dependent loading[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2006, 43: 1107—1116.
- [12] ENRICO CONTE, TRONCONE ANTONELLO. Radial consolidation with vertical drains and general time-dependent loading[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 2009, 46: 25—36.
- [13] 中华人民共和国发展与改革委员会. DL/T 5214—2005 水电水利工程振冲法地基处理技术规范[S]. 北京: 中国电力出版社, 2005.
- [14] BALAAM N P, BOOKER J R. Analysis of rigid rafts supported by granular piles[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 1981, 5: 379—403.
- [15] 工程地质手册编委会. 工程地质手册(第四版)[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2006.
- [16] CARRILLO N. Simple two-and three-dimensional cases in the theory of consolidation of soils[J]. **Journal of Mathematics and Physics**, 1942, 21(1): 1—5.
- [17] BRINKGREVE R B J, BROERE W, WATERMAN D. Plaxis 2d version 8[M]. [S. l.]: [s. n.], 2003.
- [18] TANG XIAOWU, KATSUTADA ONITSUKA. Consolidation by vertical drains under time-dependent loading[J]. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 2000, 24: 739—751.
- [19] JURAN I A. Guermazi. Settlement response of soft soils reinforced by compacted sand columns[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1988, 114(8): 930—943.